

早稲田大学大学院理工学研究科

博士論文審査報告書

論文題目

相対論的場の方程式に関する
基礎的諸問題の研究

Fundamental problems of relativistic
field equations

申請者

工藤 知草

Tomoshige Kudo

氏 名

専攻・研究指導
(課程内のみ)

物理学及応用物理学専攻・素粒子理論研究

2005 年 3 月

前世紀，物理学は自然現象についての私たちの素朴な体験的認識が，実は真の姿ではなく，物質構造の各階層は私たちの直接的認識には対応しない新たな論理構造をもつ物理法則によって支配され，そこには固有の創発性が存在していることを明らかにしてきた．特に前世紀前半に誕生した量子力学はプランク定数がゼロとなる極限で古典力学のハミルトン ヤコビ方程式を与え，演算子の交換関係を力学量のポアソン括弧式に移行させることから示されるように古典力学を内包しているものの，波動関数の確率解釈や不確定性関係など，古典概念では律しきれないものをもっていた．そのため誕生のときから，量子力学的観測問題に代表される量子力学の理論体系についての深刻な係争が生じ，それらは現在でも継続されている．そうは言うものの，量子力学は物理学，化学，工学などのさまざまな分野で目覚ましい成功を収め，人類に科学技術に基づいた未曾有の繁栄をもたらし，いまやその有効性を疑うものはない．さらに先端科学技術の急速な進歩が，量子効果を顕著に発現するメソスコピック系やマクロのオーダーでのコヒーレンスが生起するボーズ アインシュタイン凝縮系の実現を可能にした．また，量子状態間の相関を極限にまで利用して可能となる量子通信や量子コンピュータなどの新技術開発も概念上での思考から実験的試行へと移行しつつある．これらの技術革新は，従来では思考実験でしかあり得なかった物理系を実験室に実現させるとともに，量子論にまったく新たな局面を実現させ，その誕生時期とは質的に異なるレベルでの量子論に関する基礎的研究を活性化させている．

本研究の目的意識はこのような状況に触発されたものであり，研究主題は相対論的波動方程式における負エネルギー解にかかわるパラドックスについての新たな視点からの考察と相対論的波動方程式の確率振幅としての量子化(第一量子化)の可能性に関する考察である．第一の問題は，超臨界ポテンシャル下でのディラック方程式の解に関するクライン・パラドックスである．これは電子が超臨界ポテンシャル領域中に入射すると，反射電子流が入射電子流より増加するという現象であるが，従来はディラック方程式の定常解を用いて説明されてきた．この現象は超臨界ポテンシャル領域に入射してくる電子によって電子-陽電子が対発生し，その電子が領域外へ放出されることによる．この系の初期は1電子状態であるが，終期は発生した電子-陽電子を含め，2電子-1陽電子の3粒子状態となる．このように，クライン・パラドックスは本質的に粒子数の異なる状態間の遷移現象であるため，定常状態での扱いには無理があり，パラドックスとして受け取られている．本論文はこの系を電子に関する有効的な1体波動関数で表現し，その動的挙動を考察することにより，このパラドックスに合理的な説明を与えることを試みている．

第二の主題は相対論的粒子状態において，1粒子状態に限定したとき，第一量子化の可能性と量子化の由来を問うたものである．相対論的に自然な分散関係はエネルギー・運動量の2次式で与えられる．したがって、その場の方程式も時間・空間微分演算子の2次式，クライン ゴールドン方程式で与

えられる．しかしながら，この方程式から導かれる“粒子流”には時間についての 1 階微分が含まれ，“粒子密度”の正值確定性が保障されず，波動関数の確率解釈は許されない．ディラックは波動関数を多成分として，時間・空間微分演算子について共变的な 1 次式であるディラック方程式を導出することにより，この困難の解決法を提示した．一方で，光円錐上を進行する相対論的粒子が，ポアソン過程的にその進行方向の反転を繰り返しているとする．粒子分布関数は電信方程式を満たすことが知られている．また，この方法をスピン 1/2 粒子に適用し，方向転換の“確率”をコンプトン波長の逆数に比例させると自由場のディラック方程式が導けることが，過去に示されている．本論文ではこの方法をスカラーポテンシャル中のディラック場やスピン 1 の光子場へ拡張することを試みている．本論文は 5 章から構成されている．以下に各章ごとにその概要と評価を述べる．

第 1 章は序論であり，本研究の目的を述べている．次いで，今までに提案されている各種量子化法を紹介し，それらの特徴を比較するなかで，本論文で扱うポアソン確率過程量子化法を位置づけている．また，この量子化法は基本的に粒子概念に基づいており，量子揺らぎは，コンプトン波長の逆数に比例する確率をもったポアソン過程によって取り込まれている．そのためこの枠組みから有限区間を通過する粒子の速度が与えられ，第 4 章では光子の速度が論じられるが，その準備として波束と通過時間について簡単に触れている．

第 2 章では，まず超臨界ポテンシャル領域で生じる反射粒子流の増加を定常問題として扱う従来の方法が簡単に紹介され，クライン・パラドックスの物理的内容が説明されている．ついで，電子を波束で記述し，その時間発展を解析している．超臨界ポテンシャル境界壁領域での反射・透過平面波解に空孔理論を適用し，透過負エネルギー解を陽電子に変換する．これらの平面波解で波束を構成し，シミュレーションを実施，反射電子流の増加が超臨界ポテンシャル領域における電子・陽電子対生成によることを明示した．このことは，ブラックホール地平線近傍や重イオン衝突時に生じる強電場下での粒子発生現象の解析に重要な視点を与えるものとして注目される．

第 3 章以降がポアソン確率過程量子化法である．第 3 章では初めに自由場のディラック方程式の第一量子化とこの枠組みによる粒子通過時間の導出が紹介され，ついでスカラーポテンシャル中の場合への拡張が述べられている．従来の研究はポテンシャルの効果空間シフト作用素へ取り込もうとして成功しなかった．筆者は時間シフト作用素に取り込むことによって，このことに成功し，既に知られていたベクトルポテンシャル効果が空間シフト作用素へ取り込めることとあわせて，電磁場と極小相互作用しているディラック方程式がポアソン確率過程量子化法から導出できることを示した．このことにより，ベクトルポテンシャルは空間変化に伴う確率過程に，そしてスカラーポテンシャルは時間経過に伴う確率過程に関係しており，量子揺らぎに対す

るかわり方の違いが明らかにされた。

第4章はポアソン過程による光子波動方程式の第一量子化である。そのためにまず、前提となる二つのこと、ピアリニキー・ビルラの提案する電界と磁界の1次結合を成分とする6成分波動関数が1階の時間・空間演算子型波動方程式となっていること、そして確率解釈に必要な正しい正準交換関係を満たす位置演算子が近年ハウトンによって与えられていることが述べられている。物理的には、自由場の場合、6成分が3成分の2組に分けられ、それぞれが光子の二つのヘリシティ状態に対応している。筆者は自由場のピアリニキー・ビルラ方程式を媒質中の方程式へと拡張し、第3章と同様な考察により光子の第一量子化に成功した。この場合ポアソン過程の確率に相当するものは導電性媒質の伝導率と誘電率の比で与えられる。光子は光円錐上をポアソン過程的に行きつ戻りつし、前進する時間をプラス、後退する時間をマイナスと定義し、ある時刻までの時間を足し上げればその和は乱数化された時間、ランダム時間となりその値は実際の時間より短くなる。この結果媒質中の光子速度は真空中の光速に比べて遅くなる。このランダム時間の分布関数は解析解が知られており、それを用いて光子の有限区間通過時間が媒質の物質定数で与えられる。最後にこうして求められる光子速度と位相速度との違いを検証できるような実験を提案している。この理論により、1光子の場合に限定すれば、第一量子化も可能であり、粒子としての通過時間を定義できることは、相対論的粒子の新たな記述として注目に値する。

第5章では本論文の研究で得られた結果を総括し、今後の研究の展望が述べられている。

以上が本論文の各章ごとの概要とその評価である。要約すると、本論文は超臨界ポテンシャル領域における粒子発生現象に、物理的な説明を与えた。さらに、スピン1/2およびスピン1の粒子の第一量子化をポアソン確率過程で実行し、ポテンシャルと反転確率との関わりを明らかにするとともに、粒子としての通過時間の定義とその実験的な検証の提案を行った。このように相対論的場の方程式にかかわる基礎的な問題に新たな見方を提供するという試みは、多くの場合省みられることの少ない量子論の基礎に関する研究に重要な貢献をした。よって本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。

2005年3月

審査員	主査	早稲田大学教授	理学博士(早稲田大学)	大場一郎
		早稲田大学教授	理学博士(早稲田大学)	山中由也
		早稲田大学教授	理学博士(早稲田大学)	中里弘道
		東京学芸大学助教授	理学博士(早稲田大学)	新田英雄